2.3 Ecuación de la recta

La ecuación de la recta es una expresión algebraica que describe una línea en el plano cartesiano y se representa principalmente mediante fórmulas que relacionan las coordenadas de sus puntos y su inclinación.

Teorema: La ecuación general de primer grado Ax + By + C = 0, donde A, B, C pertenecen a los números reales ($\in \mathbb{R}$); y en qué A y B no son simultáneamente nulos, representa una línea recta.

Forma simplificada de la ecuación de la recta

Si se conoce la pendiente **m,** y el punto donde la recta corta al eje de ordenadas es (0**, b)** (corresponde a **n** en la fórmula principal ya vista), podemos deducir, partiendo de la ecuación de la recta de la forma.

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - b = m(x - 0)$$

$$y - b = mx$$

$$y = mx + b$$

Esta es una segunda forma de la **ecuación principal de la recta** (se la llama también **forma explícita de la ecuación)** y se utiliza cuando se conocen la pendiente y la ordenada al origen (o intercepto), que llamaremos **b** (no olvidemos que corresponde a la **n** en la primera forma de la ecuación principal). También se puede utilizar esta ecuación para conocer la pendiente y la ordenada al origen a partir de una ecuación dada.

Ejemplo 1:

Hallar la ecuación de la recta que tiene **pendiente m = 3** e **intercepto b = 10.**

Tenemos que hallar la ecuación de la recta, esto es, **y = mx + b.**

Usamos la información que tenemos:

m = 3 y **b = 10** y sustituimos en la ecuación

y = 3x + 10.

La ecuación que se pide es **y = 3x + 10.**

Nótese que esta forma principal (simplificada o explícita) también podemos expresarla como una ecuación general:

y – 3x – 10 = 0, la cual amplificamos por –1, quedando como

– y + 3x + 10 = 0, que luego ordenamos, para quedar

3x – y + 10 = 0

Ejemplo 2

Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto (1, 2) y tiene pendiente m = – 5.

Tenemos que hallar la ecuación de la recta, esto es, y = mx + b.

Usamos a información: m = – 5 y sustituimos en la ecuación:

$$y = – 5x + b$$

Ahora tenemos que buscar la b; usamos el otro dato; la recta pasa por el punto (1, 2), por lo tanto, ese punto es una solución de la ecuación que buscamos. Se sustituyen esos valores de x = 1, y = 2 en la ecuación que estamos buscando: 2 = – 5 (1) + b

Despejamos la variable b en:

$$2 = – 5 (1) + b$$

$$2 = – 5 + b$$

$$2 + 5 = b$$

$$b = 7$$

Sustituimos el valor de b en la ecuación que buscamos: y = – 5x + 7

La ecuación en su forma principal (simplificada o explícita) es y = – 5x + 7.

La cual también podemos expresar en su forma general:

$$y = – 5x + 7$$

$$y + 5x – 7 = 0$$

la cual ordenamos y queda

$$5x + y – 7 = 0$$