5.13 Noción intuitiva del límite

El límite intuitivo de una función es el valor al que se acerca la altura de la función (*y*) cuando la entrada (x) se aproxima mucho a un número específico, sin importar lo que ocurra exactamente en ese punto.

¿Qué es un límite de manera intuitiva?

Imagina que caminas hacia una pared. Cada paso que das te deja más cerca de tocarla. El lugar al que tus pasos se dirigen es tu límite, aunque no alcances a tocarlo o aunque haya un hueco justo en el suelo frente a ti.

El límite de una función es uno de los conceptos más importantes del cálculo y es imprescindible para dar solución a problemas tales como:

- calcular la razón de cambio instantánea entre dos magnitudes.
- hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de una función en un punto determinado de la misma.
- determinar el área limitada por una curva.

El concepto de límite se presenta primero de manera intuitiva y luego formalmente.

Ejemplo. Dada la función $f: R \rightarrow R / f(x) = x^2 - 3x$, ¿cómo se comportan los valores de la función en las proximidades de x = -1? ¿qué sucede con f(x) cuando x tiende a –1?

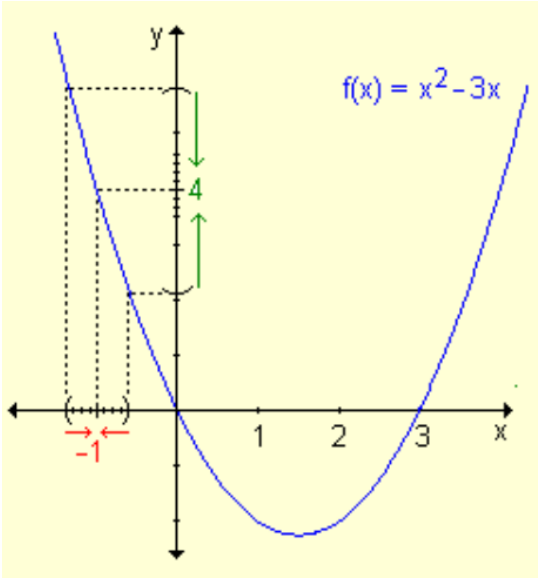
Para responder a estas preguntas, se puede analizar qué valores toma la función en valores próximos a -1 por derecha y por izquierda. Para ello, es conveniente la confección de una tabla donde se calculan las imágenes de los valores de x considerados.

x	–1,01	–1,001	–1,0001	...	–1	...	–0,9999	–0,999	–0,99
f(x)	4,0501	4,005001	4,00050001	...	4	...	3,99950001	3,995001	3,9501

Puede observarse que cuando x se aproxima a -1 por valores menores que él, los valores de la función se aproximan a 4. De la misma manera, cuando se eligen valores de x que se aproximan a -1 por valores mayores que él, la función se aproxima a 4. Los valores de la función están próximos a 4 para valores de x suficientemente cercanos a -1.

No interesa el valor de la función cuando x es igual a –1.

Este comportamiento de la función puede observarse gráficamente:



Se expresa de la siguiente manera: "el límite de la función (x^2 - 3x) es 4 cuando x tiende a -1".

Simbólicamente: $\lim_{x \to -1} (x^2 - 3x) = 4$

¿No es posible calcular el valor de la función directamente en x = -1 y evitar la construcción de la tabla?

En este ejemplo se puede calcular la imagen de la función en x = -1.

f (-1) = $(-1)^2$ - 3. (-1) = 4, valor que coincide con el límite, pero esto no sucede para todas las funciones.